

Приложение № 1.3  
к Основной образовательной программе  
среднего общего образования,  
утвержденной приказом МАОУ лицей № 39  
от 04.12.2017 г № 94

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
**учебного предмета «МАТЕМАТИКА:**  
**алгебра и начала математического анализа, геометрия»**  
**для 10-11 классов**  
**(углубленное изучение)**

<b>Содержание</b>		<b>Стр.</b>
1.	Планируемые результаты освоения учебного предмета	3
2.	Содержание учебного предмета	20
3.	Тематическое планирование учебного предмета с учетом часов, отводимых на освоение каждой темы	26

## 1. Планируемые результаты освоения учебного предмета

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:**

- ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- готовность и способность обучающихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию по отношению к общественно-политическим событиям прошлого и настоящего на основе осознания и осмысления истории, духовных ценностей и достижений нашей страны;
- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества, потребность в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;
- принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью;
- неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков.

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к России как к Родине (Отечеству):**

- российская идентичность, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме, чувство причастности к историко-культурной общности русского народа и судьбе России, патриотизм, готовность к служению Отечеству, его защите;
- уважение к своему народу, чувство ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение к государственным символам (герб, флаг, гимн);
- формирование уважения к русскому языку как государственному языку Российской Федерации, являющемуся основой российской идентичности и главным фактором национального самоопределения;
- воспитание уважения к культуре, языкам, традициям и обычаям народов, проживающих в Российской Федерации.

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к закону, государству и к гражданскому обществу:**

- гражданственность, гражданская позиция активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности, готового к участию в общественной жизни;
- признание неотчуждаемости основных прав и свобод человека, которые принадлежат каждому от рождения, готовность к осуществлению собственных прав и свобод без нарушения прав и свобод других лиц, готовность отстаивать собственные права и свободы

человека и гражданина согласно общепризнанным принципам и нормам международного права и в соответствии с Конституцией Российской Федерации, правовая и политическая грамотность;

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
- интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;
- готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;
- приверженность идеям интернационализма, дружбы, равенства, взаимопомощи народов; воспитание уважительного отношения к национальному достоинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям;
- готовность обучающихся противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии; коррупции; дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям.

#### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:**

- нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
- способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;
- формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

#### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:**

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;

- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- экологическая культура, бережное отношения к родной земле, природным богатствам России и мира; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;
- эстетическое отношения к миру, готовность к эстетическому обустройству собственного быта.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к семье и родителям, в том числе подготовка к семейной жизни:**

- ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни;
- положительный образ семьи, родительства (отцовства и материнства), интериоризация традиционных семейных ценностей.

**Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:**

- уважение ко всем формам собственности, готовность к защите своей собственности,
- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;
- готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
- потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;
- готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

**Личностные результаты в сфере физического, психологического, социального и академического благополучия обучающихся:**

- физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

**Регулятивные универсальные учебные действия**

**Выпускник научится:**

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

### **Познавательные универсальные учебные действия**

#### **Выпускник научится:**

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

### **Коммуникативные универсальные учебные действия**

#### **Выпускник научится:**

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;

- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

### **Планируемые предметные результаты освоения ООП**

На уровне среднего общего образования в соответствии с ФГОС СОО, помимо традиционных двух групп результатов «Выпускник научится» и «Выпускник получит возможность научиться», что ранее делалось в структуре ПООП начального и основного общего образования, появляются еще две группы результатов: результаты базового и углубленного уровней.

Логика представления результатов четырех видов: «Выпускник научится – базовый уровень», «Выпускник получит возможность научиться – базовый уровень», «Выпускник научится – углубленный уровень», «Выпускник получит возможность научиться – углубленный уровень» – определяется следующей методологией.

Как и в основном общем образовании, группа результатов «Выпускник научится» представляет собой результаты, достижение которых обеспечивается учителем в отношении всех обучающихся, выбравших данный уровень обучения. Группа результатов «Выпускник получит возможность научиться» обеспечивается учителем в отношении части наиболее мотивированных и способных обучающихся, выбравших данный уровень обучения. При контроле качества образования группа заданий, ориентированных на оценку достижения планируемых результатов из блока «Выпускник получит возможность научиться», может включаться в материалы блока «Выпускник научится». Это позволит предоставить обучающимся продемонстрировать овладение качественно иным уровнем достижений и выявлять динамику роста численности наиболее подготовленных обучающихся.

Принципиальным отличием результатов базового уровня от результатов углубленного уровня является их целевая направленность. Результаты базового уровня ориентированы на общую функциональную грамотность, получение компетентностей для повседневной жизни и общего развития. Эта группа результатов предполагает:

- понимание предмета, ключевых вопросов и основных составляющих элементов изучаемой предметной области, что обеспечивается не за счет заучивания определений и правил, а посредством моделирования и постановки проблемных вопросов культуры, характерных для данной предметной области;
- умение решать основные практические задачи, характерные для использования методов и инструментария данной предметной области;
- осознание рамок изучаемой предметной области, ограниченности методов и инструментов, типичных связей с некоторыми другими областями знания.

Результаты **углубленного** уровня ориентированы на получение компетентностей для последующей профессиональной деятельности как в рамках данной предметной области, так и в смежных с ней областях. Эта группа результатов предполагает:

- овладение ключевыми понятиями и закономерностями, на которых строится данная предметная область, распознавание соответствующих им признаков и взаимосвязей, способность демонстрировать различные подходы к изучению явлений, характерных для изучаемой предметной области;
- умение решать как некоторые практические, так и основные теоретические задачи, характерные для использования методов и инструментария данной предметной области;
- наличие представлений о данной предметной области как целостной теории (совокупности теорий), об основных связях с иными смежными областями знаний.

Примерные программы учебных предметов построены таким образом, что предметные результаты базового уровня, относящиеся к разделу «Выпускник получит возможность научиться», соответствуют предметным результатам раздела «Выпускник научится» на углубленном уровне. Предметные результаты раздела «Выпускник получит возможность научиться» не выносятся на итоговую аттестацию, но при этом возможность их достижения должна быть предоставлена каждому обучающемуся.

<b>Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»</b>		
<b>Раздел</b>	<b>II. Выпускник научится</b>	<b>IV. Выпускник получит возможность научиться</b>
<b>Цели освоения предмета</b>	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	<i>Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук</i>
<b>Требования к результатам</b>		
<b>Элементы теории множеств и математической логики</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать<sup>1</sup> понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</li> <li>– задавать множества перечислением и характеристическим свойством;</li> <li>– оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</li> <li>– проверять принадлежность элемента множеству;</li> <li>– находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения для обоснования</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем;</i></li> <li>– <i>понимать суть косвенного доказательства;</i></li> <li>– <i>оперировать понятиями счетного и несчетного множества;</i></li> <li>– <i>применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.</i></li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов</i></li> </ul>

<sup>1</sup> Здесь и далее: знать определение понятия, знать и уметь обосновывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.



	<p>истинности утверждений.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</li> </ul>	
<p><b>Числа и выражения</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени <math>n</math>, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;</li> <li>– понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;</li> <li>– переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;</li> <li>– доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;</li> <li>– выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;</li> <li>– сравнивать действительные числа разными способами;</li> <li>– упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;</li> <li>– находить НОД и НОК разными способами и использо-</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;</i></li> <li>– <i>понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;</i></li> <li>– <i>владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач</i></li> <li>– <i>иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;</i></li> <li>– <i>свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;</i></li> <li>– <i>владеть формулой бинома Ньютона;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач Китайскую теорему об остатках;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач Малую теорему Ферма;</i></li> <li>– <i>уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач цепные дроби;</i></li> </ul>

	<p>вать их при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;</li> <li>– выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;</li> <li>– записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;</li> <li>– составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач Основную теорему алгебры;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования</i></li> </ul>
<p><b>Уравнения и неравенства</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;</li> <li>– решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;</li> <li>– овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;</li> <li>– применять теорему Безу к решению уравнений;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;</i></li> <li>– <i>свободно решать системы линейных уравнений;</i></li> <li>– <i>решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;</i></li> <li>– <i>иметь представление о неравенствах между средними степенными</i></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;</li> <li>– понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;</li> <li>– владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;</li> <li>– использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;</li> <li>– решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;</li> <li>– владеть разными методами доказательства неравенств;</li> <li>– решать уравнения в целых числах;</li> <li>– изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;</li> <li>– свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную за-</li> </ul>	
--	---	--

	<p>дату, интерпретировать полученные результаты;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств</li> </ul>	
<b>Функции</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;</li> <li>– владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;</li> <li>– владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;</li> <li>– применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;</li> <li>– применять при решении задач преобразования графиков функций;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков</i></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;</li> <li>– применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);</li> <li>– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;</li> <li>– определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</li> </ul>	
<p><b>Элементы математического анализа</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– применять для решения задач теорию пределов;</li> <li>– владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;</li> <li>– владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;</li> <li>– вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;</li> <li>– исследовать функции на монотонность и экстремумы;</li> <li>– строить графики и применять к решению задач, в том</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;</i></li> <li>– <i>свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;</i></li> <li>– <i>оперировать понятием первообразной функции для решения задач;</i></li> <li>– <i>овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;</i></li> <li>– <i>оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;</i></li> <li>– <i>уметь применять при решении задач свойства непре-</i></li> </ul>

	<p>числе с параметром;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;</li> <li>– применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;</li> <li>– интерпретировать полученные результаты</li> </ul>	<p><i>рывных функций;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;</i></li> <li>– <i>уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);</i></li> <li>– <i>уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость</i></li> </ul>
<p><b>Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее;</li> <li>– оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</li> <li>– владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;</li> <li>– иметь представление об основах теории вероятностей;</li> <li>– иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</li> <li>– иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</li> <li>– иметь представление о совместных распределениях случайных величин;</li> <li>– понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>иметь представление о центральной предельной теореме;</i></li> <li>– <i>иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;</i></li> <li>– <i>иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;</i></li> <li>– <i>иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;</i></li> <li>– <i>иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;</i></li> <li>– <i>владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>владеть понятием связность и уметь применять ком-</i></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</li> <li>– иметь представление о корреляции случайных величин.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;</li> <li>– выбирать методы подходящего представления и обработки данных</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>поненты связности при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;</i></li> <li>– <i>иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь применять метод математической индукции;</i></li> <li>– <i>уметь применять принцип Дирихле при решении задач</i></li> </ul>
<b>Текстовые задачи</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать разные задачи повышенной трудности;</li> <li>– анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;</li> <li>– строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;</li> <li>– решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</li> <li>– анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</li> <li>– переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать практические задачи и задачи из других предметов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II</i></li> </ul>
<b>Геометрия</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;</li> <li>– самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Иметь представление об аксиоматическом методе;</i></li> <li>– <i>владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;</i></li> <li>– <i>уметь применять для решения задач свойства плоских</i></li> </ul>

	<p>признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;</li> <li>– решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;</li> <li>– уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;</li> <li>– владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;</li> <li>– иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;</li> <li>– иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;</li> <li>– применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;</li> <li>– уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;</li> <li>– уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;</li> </ul>	<p><i>и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о двойственности правильных многогранников;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;</i></li> <li>– <i>иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;</i></li> <li>– <i>иметь представление о конических сечениях;</i></li> <li>– <i>иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;</i></li> <li>– <i>владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;</i></li> <li>– <i>иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;</i></li> <li>– <i>иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно</i></li> </ul>
--	---	---



<ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;</li> <li>– владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;</li> <li>– владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;</li> </ul>	<p><i>плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>иметь представление о площади ортогональной проекции;</i></li> <li>– <i>иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;</i></li> <li>– <i>уметь применять формулы объемов при решении задач</i></li> </ul>
---	---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;</li> <li>– иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат</li> </ul>	
<b>Векторы и координаты в пространстве</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятиями векторы и их координаты;</li> <li>– уметь выполнять операции над векторами;</li> <li>– использовать скалярное произведение векторов при решении задач;</li> <li>– применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;</li> <li>– применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;</i></li> <li>– <i>задавать прямую в пространстве;</i></li> <li>– <i>находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;</i></li> <li>– <i>находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат</i></li> </ul>
<b>История математики</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;</li> <li>– понимать роль математики в развитии России</li> </ul>	<i>Достижение результатов раздела II</i>
<b>Методы математики</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</li> <li>– применять основные методы решения математических задач;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)</i></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"><li>– на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</li><li>– применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;</li><li>– пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов</li></ul>	
--	--	--

## 2. Содержание учебного предмета

### Алгебра и начала анализа

**Действительные числа.** Повторение. Понятие действительного числа. Множества (числовые, геометрических фигур). Множества чисел. Использование операций над множествами и высказываниями. Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества. *Множества на координатной плоскости.* Свойства действительных чисел. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Модуль числа и его свойства. Метод математической индукции. Перестановки. Размещения. Сочетания. Доказательство числовых неравенств. Делимость целых чисел. Сравнения по модулю. Задачи с целочисленными неизвестными. *Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.  $q$ -ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа. Теорема Ферма о сумме квадратов. Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.*

**Рациональные уравнения и неравенства.** Рациональные выражения. Формулы бинома Ньютона, суммы и разности степеней. Рациональные уравнения. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены. Системы рациональных уравнений. Метод интервалов решения неравенств. Рациональные неравенства. Нестрогие неравенства. Системы рациональных неравенств. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Уравнения, системы уравнений с параметром. *Диофантовы уравнения. Цепные дроби.*

**Корень степени  $n$ .** Понятие функции и ее графика. *Функция  $y = x^n$ .* Понятие корня степени  $n$ . Корни четной и нечетной степеней. Арифметический корень. Свойства корней степени  $n$ . *Функция  $y = \sqrt{x}$ ,  $x \geq 0$ .* Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Иррациональные уравнения. Системы иррациональных уравнений и неравенств. Степенная функция и ее свойства и график.

**Степень положительного числа.** Степень с рациональным показателем. Свойства степени с рациональным показателем. Степень с действительным показателем, свойства степени. Понятие предела последовательности. Свойства пределов. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии. Понятие степени с иррациональным показателем. Показательная функция и ее свойства и график. Число  $e$  и функция  $y = e^x$ .

**Логарифмы.** Понятие логарифма. Свойства логарифмов. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

**Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.** Простейшие показательные уравнения. Простейшие логарифмические уравнения. Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Простейшие показательные неравенства. Простейшие логарифмические уравнения.

рифмические неравенства. Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Системы показательных, логарифмических уравнений и неравенств.

**Синус и косинус угла.** Понятие угла. Радианная мера угла. Определение синуса и косинуса угла. Основные формулы для  $\sin a$  и  $\cos a$ . Арксинус. Арккосинус. Решение задач с использованием градусной меры угла. Тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов.

**Тангенс и котангенс угла.** Определение тангенса и котангенса угла. Основные формулы для  $\operatorname{tga}$  и  $\operatorname{ctga}$ . Арктангенс. Арккотангенс.

**Формулы сложения.** Косинус разности и косинус суммы двух углов. Формулы для дополнительных углов. Синус суммы и синус разности двух углов. Сумма и разность синусов и косинусов. Формулы для двойных и половинных углов. Произведение синусов и косинусов. Формулы для тангенсов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

**Тригонометрические функции числового аргумента.** Функция  $y = \sin x$ . Функция  $y = \cos x$ . Функция  $y = \operatorname{tg} x$ . Функция  $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций.

**Тригонометрические уравнения и неравенства.** Простейшие тригонометрические уравнения. Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений. Однородные тригонометрические уравнения. Простейшие системы тригонометрических уравнений. Простейшие неравенства для синуса и косинуса. Простейшие неравенства для тангенса и котангенса. Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Введение вспомогательного угла. Решение простейших тригонометрических неравенств.

**Функции и их графики.** Элементарные функции. Область определения и область изменения функции. Ограниченность функции. Четность, нечетность, периодичность функций и наименьший период. Промежутки возрастания, убывания, знакопостоянства и нули функции. Исследование функций и построение их графиков элементарными методами. Основные способы преобразования графиков. Графики функций, содержащих модули. Наибольшее и наименьшее значение функции. Функции «дробная часть числа»  $y = \{x\}$  и «целая часть числа»

$y = [x]$ . Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей.

**Предел функции и непрерывность.** Понятие предела функции. Понятие предела функции в точке. *Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.* Односторонние пределы. Свойства пределов функций. Понятие непрерывности функции. Непрерывность элементарных функций. *Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса. Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости. Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.*

**Обратные функции.** Понятие обратной функции. Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Примеры использования обратных тригонометрических функций.

**Производная.** Понятие производной. Производная функции в точке. Дифференцируемость функции. Непрерывность функций, имеющих производную. Дифференциал. Правила дифференцирования: производная суммы и разности, производная произведения, производная частного, производная сложной функции. Производные элементарных функций.

**Применение производной.** Точки экстремума (максимума и минимума). Максимум и минимум функции. Уравнение касательной. Касательная к графику функции. Приближенные вычисления. Возрастание и убывание функций. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Производные высших порядков. Экстремум функции с единственной критической точкой. Задачи на максимум и минимум. Асимптоты. Дробно-линейная функция. Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. Построение графиков функций с применением производной. *Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.* Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике.*

**Первообразная и интеграл.** Понятие первообразной. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Приближенное вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница. Применение определенных интегралов в геометрических и физических задачах. Понятие дифференциального уравнения. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.*

**Равносильность уравнений и неравенств.** Равносильные преобразования уравнений. Равносильные преобразования неравенств.

**Уравнения-следствия.** Понятие уравнения-следствия. Возведение уравнения в четную степень. Потенцирование логарифмических уравнений. Другие преобразования, приводящие к уравнению-следствию. Применение нескольких преобразований, приводящих к уравнению-следствию.

**Равносильность уравнений и неравенств системам.** Основные понятия. Решение уравнений с помощью систем. Уравнения вида  $f(\alpha(x)) = f(\beta(x))$ . Решение неравенств с помощью систем. Неравенства вида  $f(\alpha(x)) > f(\beta(x))$ .

**Равносильность уравнений на множествах.** Основные понятия. Возведение уравнения в четную степень. Умножение уравнения на функцию. Другие преобразования уравнений. Применение нескольких преобразований.

**Равносильность неравенств на множествах.** Основные понятия. Возведение неравенств в четную степень. Умножение неравенства на функцию. Другие преобразования неравенств. Применение нескольких преобразований. Нестрогие неравенства.

**Метод промежутков для уравнений и неравенств.** Уравнения с модулями. Неравенства с модулями. Метод интервалов для решения неравенств. Метод интервалов для непрерывных функций. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений.

**Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств.** Использование областей существования функции. Использование неотрицательности функции. Использование ограниченности функции. Использование монотонности и экстремумов функции. Использование свойств синуса и косинуса. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции  $y = \sqrt{x}$ . Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением

изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Графические методы решения уравнений и неравенств. *Методы решения функциональных уравнений и неравенств.*

**Системы уравнений с несколькими неизвестными.** Равносильность систем. Система-следствие. Метод замены неизвестных. Рассуждения с числовыми значениями при решении уравнений и неравенств.

Первичные представления о множестве комплексных чисел. *Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.*

## Геометрия

**Некоторые сведения из геометрии.** Углы и отрезки, связанные с окружностью. Решение треугольников. Теоремы Менелая и Чебы. Эллипс, гипербола и парабола. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей.

**Введение.** Предмет стереометрии. Основные понятия и аксиомы стереометрии. Первые следствия из теорем. *Понятие об аксиоматическом методе.*

**Параллельность прямых и плоскостей.** Параллельность прямых, прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между прямыми. Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.* Параллельность плоскостей. Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.* Тетраэдр и параллелепипед. *Теорема Менелая для тетраэдра.* Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций. Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

**Перпендикулярность прямых и плоскостей.** Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр, наклонные, проекции. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.*

**Многогранники.** Наглядная стереометрия. Понятие многогранника. Виды многогранников. *Развертки многогранника.* Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства. Правильные многогранники. *Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра. Достраивание тетраэдра до параллелепипеда. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Двойственность правильных многогранников.* Площади поверхностей многогранников.

**Векторы в пространстве.** Понятие вектора в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы.

**Метод координат в пространстве.** Координаты точки и координаты вектора. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. *Решение задач с помощью векторов и координат.* Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. *Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями. Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс. Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.*

**Цилиндр, конус, шар.** Цилиндр. Конус. Шар. Сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус). Усеченная пирамида и усеченный конус. Площадь сферы. *Развертка цилиндра и конуса.* Площадь поверхности цилиндра и конуса. Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем прямой призмы и цилиндра. Объем наклонной призмы, пирамиды и конуса. Объем шара и площадь сферы. *Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов. Приложение интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.* Комбинации многогранников и тел вращения. Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур. *Элементы сферической геометрии. Конические сечения. Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

## **Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика**

**Вероятность события.** Понятие вероятности события. Свойства вероятностей. Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. *Алгебра высказываний.* Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности. Законы логики. *Основные логические правила.* Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, *основных логических правил.* Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному.* Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

**Частота. Условная вероятность.** Относительная частота события. Условная вероятность. Независимые события.

Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли. *Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.* Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Рас-



пределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин. Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. *Гипергеометрическое распределение и его свойства*. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение. *Показательное распределение, его параметры. Распределение Пуассона и его применение*. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). *Центральная предельная теорема. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе*. Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. *Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция. Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле. Кодирование. Двоичная запись. Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.*

### 3. Тематическое планирование учебного предмета с учетом часов, отводимых на освоение каждой темы

Содержание, изучаемое на каждом уроке, отражено в разделе 2.

10 класс (6 ч/нед)		
№	Тема урока	Кол-во часов
1.	Понятие действительного числа.	2
2.	Множества чисел. Свойства действительных чисел.	2
3.	Углы и отрезки, связанные с окружностью.	4
4.	Метод математической индукции.	1
5.	Перестановки.	1
6.	Размещения.	1
7.	Сочетания.	1
8.	Решение треугольников.	4
9.	Доказательство числовых неравенств.	1
10.	Делимость целых чисел.	1
11.	Сравнения по модулю.	1
12.	Задачи с целочисленными неизвестными.	1
13.	Теоремы Менелая и Чевы.	2
14.	Рациональные выражения.	1
15.	Формулы бинома Ньютона, суммы и разности степеней.	2
16.	Рациональные уравнения.	2
17.	Системы рациональных уравнений.	2
18.	Эллипс, гипербола и парабола.	2
19.	Метод интервалов решения неравенств.	3
20.	Рациональные неравенства.	3
21.	Предмет стереометрии. Основные понятия и аксиомы стереометрии.	2
22.	Нестрогие неравенства.	3
23.	Системы рациональных неравенств.	1

24.	Контрольная работа № 1.	1
25.	Первые следствия из аксиом.	1
26.	Понятие функции и ее графика.	1
27.	Функция $y = x^n$ .	2
28.	Понятие корня степени $n$ .	1
29.	Корни четной и нечетной степеней.	2
30.	Параллельность прямых, прямой и плоскости.	4
31.	Арифметический корень.	2
32.	Свойства корней степени $n$ .	2
33.	Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между прямыми.	3
34.	Контрольная работа № 1.	1
35.	Функция арифметического корня натуральной степени $x \geq 0$ .	1
36.	Контрольная работа № 2.	1
37.	Степень с рациональным показателем.	1
38.	Свойства степени с рациональным показателем.	2
39.	Параллельность плоскостей.	3
40.	Понятие предела последовательности.	2
41.	Свойства пределов.	2
42.	Тетраэдр и параллелепипед.	4
43.	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.	1
44.	Число $e$ .	1
45.	Понятие степени с иррациональным показателем.	1
46.	Контрольная работа № 2.	1
47.	Показательная функция.	2
48.	Контрольная работа № 3.	1
49.	Понятие логарифма.	2
50.	Свойства логарифмов.	3
51.	Логарифмическая функция.	1
52.	Перпендикулярность прямой и плоскости.	5

53.	Простейшие показательные уравнения.	1
54.	Простейшие логарифмические уравнения.	1
55.	Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного.	2
56.	Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью.	6
57.	Простейшие показательные неравенства.	2
58.	Простейшие логарифмические неравенства.	2
59.	Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного.	2
60.	Контрольная работа № 4.	1
61.	Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.	4
62.	Понятие угла.	1
63.	Радианная мера угла.	1
64.	Определение синуса и косинуса угла.	1
65.	Основные формулы для $\sin a$ и $\cos a$ .	2
66.	Контрольная работа № 3.	1
67.	Арксинус.	1
68.	Арккосинус.	1
69.	Определение тангенса и котангенса угла.	1
70.	Основные формулы для $\operatorname{tga}$ и $\operatorname{ctga}$ .	2
71.	Арктангенс.	1
72.	Арккотангенс.	1
73.	Контрольная работа № 5.	1
74.	Понятие многогранника. Призма.	4
75.	Косинус разности и косинус суммы двух углов.	2
76.	Формулы для дополнительных углов.	1
77.	Синус суммы и синус разности двух углов.	2
78.	Сумма и разность синусов и косинусов.	2
79.	Пирамида.	4
80.	Формулы для двойных и половинных углов.	2
81.	Произведение синусов и косинусов.	1

82.	Формулы для тангенсов.	1
83.	Правильные многогранники.	5
84.	Функция $y = \sin x$ .	2
85.	Функция $y = \cos x$ .	2
86.	Контрольная работа № 4.	1
87.	Функция $y = \operatorname{tg}x$ .	2
88.	Функция $y = \operatorname{ctg}x$ .	2
89.	Контрольная работа № 6.	1
90.	Простейшие тригонометрические уравнения.	2
91.	Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного.	2
92.	Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений.	2
93.	Однородные уравнения.	1
94.	Простейшие неравенства для синуса и косинуса.	1
95.	Простейшие неравенства для тангенса и котангенса.	1
96.	Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного.	1
97.	Введение вспомогательного угла.	1
98.	Контрольная работа № 7.	1
99.	Понятие вероятности события.	3
100.	Свойства вероятностей.	3
101.	Относительная частота события.	1
102.	Условная вероятность. Независимые события.	1
103.	Повторение курса алгебры и начал математического анализа, геометрии за 10 класс	10
104.	Итоговая контрольная работа № 8.	1
105.	Итоговое повторение.	7
	<b>ИТОГО</b>	<b>204</b>
1.	<b>11 класс (6 ч/нед)</b>	
2.	Элементарные функции	1
3.	Область определения и область изменения функции. Ограниченность функции	1

4.	Четность, нечетность, периодичность функций	2
5.	Промежутки возрастания, убывания, знакопостоянства и нули функции	2
6.	Исследование функций и построение их графиков элементарными методами	1
7.	Понятие вектора в пространстве	1
8.	Сложение и вычитание векторов.	1
9.	Основные способы преобразования графиков	1
10.	Графики функций, содержащих модули	1
11.	Понятие предела функции	1
12.	Односторонние пределы	1
13.	Свойства пределов функций	1
14.	Умножение вектора на число	2
15.	Компланарные векторы	2
16.	Контрольная работа № 1 по геометрии	1
17.	Понятие непрерывности функции	1
18.	Непрерывность элементарных функций	1
19.	Понятие обратной функции	1
20.	Взаимно обратные функции	1
21.	Обратные тригонометрические функции	2
22.	Координаты точки и координаты вектора	4
23.	Примеры использования обратных тригонометрических функций	1
24.	Контрольная работа № 1 по алгебре	1
25.	Понятие производной	2
26.	Производная суммы. Производная разности	2
27.	Непрерывность функций, имеющих производную. Дифференциал	1
28.	Координаты точки и координаты вектора	3
29.	Производная произведения. Производная частного	2
30.	Производные элементарных функций	1
31.	Производная сложной функции	2

32.	Контрольная работа № 2 по алгебре	1
33.	Скалярное произведение векторов	4
34.	Максимум и минимум функции	2
35.	Уравнение касательной	2
36.	Приближенные вычисления	1
37.	Скалярное произведение векторов	3
38.	Контрольная работ № 2 по геометрии	1
39.	Возрастание и убывание функций	2
40.	Производные высших порядков	1
41.	Экстремум функции с единственной критической точкой	2
42.	Цилиндр.	4
43.	Задачи на максимум и минимум	2
44.	Асимптоты. Дробно-линейная функция	1
45.	Построение графиков функций с применением производной	2
46.	Контрольная работа № 3 по алгебре	1
47.	Конус.	4
48.	Понятие первообразной	3
49.	Площадь криволинейной трапеции	1
50.	Шар.	4
51.	Определенный интеграл	2
52.	Приближенное вычисление определенного интеграла	1
53.	Формула Ньютона — Лейбница	3
54.	Шар.	3
55.	Контрольная работа № 3 по геометрии	1
56.	Применение определенных интегралов в геометрических и физических задачах	1
57.	Понятие дифференциального уравнения	1
58.	Контрольная работа № 4 по алгебре	1
59.	Объем прямоугольного параллелепипеда	3

60.	Равносильные преобразования уравнений	2
61.	Равносильные преобразования неравенств	2
62.	Объем прямой призмы и цилиндра	3
63.	Понятие уравнения-следствия	1
64.	Возведение уравнения в четную степень	2
65.	Потенцирование логарифмических уравнений	2
66.	Объем наклонной призмы, пирамиды и конуса	5
67.	Другие преобразования, приводящие к уравнению-следствию	1
68.	Применение нескольких преобразований, приводящих к уравнению-следствию	2
69.	Основные понятия	1
70.	Решение уравнений с помощью систем	4
71.	Объем шара и площадь сферы	5
72.	Контрольная работа № 4 по геометрии	1
73.	Уравнения вида $f(\alpha(x)) = f(\beta(x))$	2
74.	Решение неравенств с помощью систем	4
75.	Неравенства вида $f(\alpha(x)) > f(\beta(x))$	2
76.	Основные понятия	1
77.	Возведение уравнения в четную степень	2
78.	Умножение уравнения на функцию	1
79.	Другие преобразования уравнений	1
80.	Применение нескольких преобразований	1
81.	Контрольная работа № 5 по алгебре	1
82.	Основные понятия	1
83.	Возведение неравенств в четную степень	2
84.	Умножение неравенства на функцию	1
85.	Другие преобразования неравенств	1
86.	Применение нескольких преобразований	1
87.	Нестрогие неравенства	1



88.	Уравнения с модулями	1
89.	Неравенства с модулями	1
90.	Метод интервалов для непрерывных функций	2
91.	Контрольная работа № 6 по алгебре	1
92.	Использование областей существования функции	1
93.	Использование неотрицательности функции	1
94.	Использование ограниченности функции	1
95.	Использование монотонности и экстремумов функции	1
96.	Использование свойств синуса и косинуса	1
97.	Равносильность систем	2
98.	Система-следствие	2
99.	Метод замены неизвестны	2
100.	Рассуждения с числовыми значениями при решении уравнений и неравенств	1
101.	Контрольная работа № 7 по алгебре	1
102.	Комплексные числа.	2
103.	Модуль и аргумент числа.	2
104.	Тригонометрическая форма комплексного числа.	2
105.	Решение уравнений в комплексных числах.	2
106.	Повторение курса алгебры и начал математического анализа	9
107.	Годовая контрольная работа.	2
108.	Итоговое повторение.	13
	ИТОГО	204
	ИТОГО за 10-11 класс	408